

確認テスト

数学Ⅱ・B・C（文理共通）

高校1年

実施日：2025.03.28

- 解答は指定の用紙に記入すること。
- 解答時間は100分です。都合の良い時に始めてください。
- 問題は全部で5問です。
- 配点は各20点、合計100点です。
- 合格点は70点で、不合格の場合は再試験を行います。
- 計算用紙はありません。解答用紙をうまく使って計算してください。

1

a, b, c, d を実数として、次の問いに答えよ。

(1) $a^2 - bc = b^2 - cd = c^2 - da = d^2 - ab \cdots \cdots \textcircled{1}$

ならば

$$a = b = c = d \text{ または } a + b + c + d = 0$$

であることを証明せよ。

(2) $\textcircled{1}$ が成り立つとき

$$ab(a + b) + cd(c + d) = bc(b + c) + da(d + a)$$

を証明せよ。

2

次の不等式を証明し、等号の成り立つ場合を示せ。

(1) a, b, c を正の数とするとき

$$(a + b)(b + c)(c + a) \geq 8abc$$

(2) a, b, c を1つの三角形の3辺の長さとするとき

$$(a + b - c)(b + c - a)(c + a - b) \leq abc$$

3

$a + b + c = 0$ を満たす実数 a, b, c について、

$$(|a| + |b| + |c|)^2 \geq 2(a^2 + b^2 + c^2)$$

が成り立つことを示せ。また、ここで等号が成り立つのはどんな場合か。

4

実数係数の整式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ の係数は $|a| + |b| + |c| \leq 1$ を満たしている。このとき

(1) $|x| \leq 1$ であるようなすべての x に対して $|f(x)| \leq |x|$ となることを証明せよ。

(2) $|f(k)| = |k|$ ($0 < |k| < 1$) が成り立つような実数 k があるような $f(x)$ をすべて求めよ。

5

実数 x, y, z は関係式

$$x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = xy + yz + zx$$

を満たしている。

(1) x, y, z のうち少なくとも1つは1に等しいことを示せ。

(2) $x > 0, y > 0, z > 0$ の範囲で $xy + 2z$ の最小値を求めよ。